ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia, 1º semestre, ER 05. 02. 2019

2 horas

Nome:____**nº:**________

Espaço reservado para classificações

1.(15)	2a. (15)	3a.(15)	4a.(10)	5a.(10)	6a.(10)	7.(10)
	2b. (15)	3b.(10)	4b.(15)	5b.(15)	6b.(15)	8.(10)
	2c. (15)	3c.(10)		5c.(10)		

Atenção: Todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.

1. Numa bomba de gasolina 35% dos clientes abastece com gasolina sem chumbo, 50% com gasóleo normal e os restantes com gasóleo aditivado. Dos clientes que abastecem com gasolina sem chumbo apenas 30% enche o depósito sendo esta percentagem de 20% para os clientes de diesel e de 40% para os de diesel aditivado. Sabendo que um cliente encheu o depósito, qual a probabilidade de ser cliente de gasóleo aditivado.

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade dada por $f_X(x) = \dfrac{x^3}{4}$, $0 < x < 2$.

   Sabe-se ainda que $f_{Y|X=x}(y) = \dfrac{2y}{x^2}$, $0 < y < x$ e $0 < x < 2$ (x fixo) .

   a. Obtenha a função de distribuição de X e calcule $P(X < 1.5 \mid X > 1)$.

   b. Obtenha a função densidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X,Y) e calcule $P(Y > 1)$.

   c. Sabendo que $E(Y) = 16/15$, calcule $\operatorname{cov}(X,Y)$.

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional cuja função probabilidade é dada por

$x \setminus y$	-1	0	1
0	0.10	0.05	0.15
1	0.05	0.10	0.05
2	0.10	0.25	0.15

   a. Calcule $P(X \geq Y)$, $P(X > 1 \mid Y = 0)$ e $E(X \mid Y = 0)$.

   b. Calcule a covariância entre X e Y.

   c. Obtenha a função de distribuição de $Z = X + Y$

4. Admita que o número de músicas que uma banda toca num determinado concerto segue um processo de Poisson com taxa média de 10 músicas por hora.

  a. Qual a probabilidade de se ouvirem mais do que 6 músicas na primeira meia hora do concerto?

  b. Suponha agora que foram tocadas consecutivamente 10 músicas no concerto. Qual a probabilidade de a canção mais longa ter demorado mais do que 8 minutos?

5. Suponha que, num mês, a variação do preço de um determinado ativo Y (em percentagem) segue uma distribuição normal com média 5 e desvio padrão 2. Assume-se que as variações de preço são independentes de mês para mês.

  a. Sabe-se que um investidor só irá vender o ativo se a variação de preço for superior a 10%. Qual a probabilidade de o investidor decidir vender o ativo?

  b. Qual a probabilidade de, em 14 meses, as variações mensais de preço se situarem entre 5% e 10% no máximo em 10 desses meses?

  c. Considere outro ativo X cuja variação mensal de preço (em percentagem) também segue uma distribuição normal mas de média 4 e desvio padrão 3. Qual a probabilidade da média das variações mensais dos preços do ativo Y, ao longo de 10 meses, ser superior à média das variações mensais dos preços de X, durante 12 meses?

6. Uma corrida de F1 é composta por 30 voltas a um circuito

  a. Assumindo que o tempo por volta de determinado piloto é uma variável aleatória com distribuição gama de parâmetros $\alpha = 1.5$ e $\lambda = 0.46$ e que os tempos são independentes de volta para volta qual a probabilidade do piloto necessitar de menos de 117 minutos para concluir a prova.

  b. Abandone a hipótese feita na alínea anterior e assuma que a média do tempo por volta é de 3.3 minutos, sendo a variância igual a 7.1. Assumindo a independência entre os tempos realizados em cada volta, calcule uma aproximação para a probabilidade pedida na alínea anterior.

7. Suponha que se recolhe uma amostra casual de dimensão n de uma população X com distribuição do Qui-quadrado com parâmetro α. Prove que com $Y = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} - 2\alpha$, se tem $E(Y) = -\alpha$.

8. Assuma que X segue uma distribuição de Poisson de parâmetro λ. Será que a informação adicional de que $P(X=2) = 3 \times P(X=3)$ lhe permite determinar o valor de λ? Se sim, determine este valor, caso contrário explique porque não é suficiente.